



学びエイド 2021

Summer Study

数学 IIB

Summer Study IIB

オンライン数学 テキスト§1

1

正方形 ABCD の頂点 B と辺 CD 上の点 E を線分で結んだとき、 $\angle EBC = 18^\circ$ 、 $BE = 1$ である。

この正方形 ABCD の面積の値を求めよ。

2

$0 \leq x < 2\pi$ とするとき, 不等式

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x < 0$$

を解きなさい。

3

関数

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\theta - \sin \theta + \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \text{ を考える。}$$

- (1) $t = \sin \theta - \cos \theta$ とおく。 $f(\theta)$ を t の式で表せ。
- (2) $f(\theta)$ の最大値と最小値, およびそのときの θ の値を求めよ。

Summer Study IIB

オンライン数学 テキスト§2

1

$a > 1$ とする。 $1 \leq x \leq a$ における関数 $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$ の最小値を $m(a)$, 最大値を $M(a)$ とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $m(a)$ を求めよ。
- (2) $M(a)$ を求めよ。

2

関数 $f(x) = x^3 - 3x$ を考える。曲線 $C: y = f(x)$ 上の点 $A(t, f(t))$ における接線を L とする。ただし、 $0 < t < 1$ とする。

曲線 C と接線 L の接点 A 以外の共有点を B とする。以下の問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を t を用いて表せ。

(2) 2点 A, B の y 座標の差の絶対値が最大となる t の値を求めよ。

3

3次関数 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ がある。 a を定数として以下の設問に答えよ。

- (1) $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線が $(1, -2)$ を通るような a の値をすべて求めよ。
- (2) 直線 $y = k(x - 1) - 2$ と曲線 $y = f(x)$ が相異なる3点で交わるような実数 k の値の範囲を求めよ。

Summer Study IIB

オンライン数学 テキスト§3

1

座標平面上の曲線 $C: y = x^2$ と C 上の点 $P(a, a^2)$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) 点 P における接線を l とする。 l が曲線 $C': y = (x+b)^2 - b^2$ に接しているとする。その接点を Q としたとき、 b および点 Q の座標を a を用いて表せ。ただし、 $b \neq 0$ とする。
- (2) (1) のとき、曲線 C , C' および直線 l で囲まれた図形の面積を a を用いて表せ。

2

a を実数とし、 $f(x) = x - x^3$ 、 $g(x) = a(x - x^2)$ とする。2つの曲線 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ は $0 < x < 1$ の範囲に共有点を持つ。

(1) a の取りうる値の範囲を求めよ。

(2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた2つの部分の面積が等しくなるような a の値を求めよ。

3

$f(x) = |x^2 - 4| - 2x$ とする。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

Summer Study IIB

オンライン数学 テキスト§4

1

数列 $\{a_n\}$ は,

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} - 2a_{n+1} - 3a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとし, 数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ を

$$b_n = a_{n+1} + a_n$$

$$c_n = a_{n+1} - 3a_n$$

と定める。自然数 n に対して, 以下の問いに答えよ。

- (1) b_{n+1} を b_n の式で表せ。
- (2) c_{n+1} を c_n の式で表せ。
- (3) b_n と c_n をそれぞれ n の式で表せ。
- (4) a_n を n の式で表せ。

2

次の条件により定められる数列の一般項 a_n を求めよ。

$$a_1 = 1, \left(1 + \frac{1}{n}\right)a_{n+1} = a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

3

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 2n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

Summer Study IIB

オンライン数学 テキスト§5

1

平行四辺形 ABCD において、辺 BC, CD の中点をそれぞれ M, N とする。また、線分 AN と DM の交点を P とする。このとき \vec{AP} を \vec{AB} と \vec{AD} を用いて表せ。

2

1 辺の長さが 1 の正六角形 ABCDEF において、辺 CD を 1 : 3 に内分する点を P、辺 EF を 1 : 2 に内分する点を Q とし、線分 AP と線分 BQ の交点を R とする。

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ とおくと、 \overrightarrow{AP} , \overrightarrow{AR} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。

3

$\triangle ABC$ の内部の点 P が

$$3\vec{AP} + 2\vec{BP} + 5\vec{CP} = \vec{0}$$

を満たしている。直線 AP が辺 BC と交わる点を D とする。

\vec{AP} を \vec{AD} の定数倍で表すと、 $\vec{AP} = \boxed{} \vec{AD}$ である。

さらに、直線 BP が辺 CA と交わる点を E とするとき、四角形 $PDCE$ の面積は $\triangle ABC$ の何倍か。