



学びエイド 2021

Summer Study

数学 III

Summer Study III

オンライン数学 テキスト§1

1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = \square$$

である。

2

a, b を定数とする。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (a - bx + \sqrt{8x^2 + 5x + 10}) = \sqrt{2}$$

が成り立つとき,

$$a = \boxed{}, b = \boxed{}$$

である。

3

無限級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+4)}$$

を求めよ。

4

無限等比数列 $\{r^n\}$ ($r > 1$) の極限について

$$\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \infty$$

を証明せよ。

Summer Study III

オンライン数学 テキスト§2

1

関数 $f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ について、 $y = f(x)$ の増減、極値および変曲点を調べて、そのグラフの概形をかけ。

ただし、 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ は証明なしに用いてよい。

2

関数 $f(x) = \frac{(x+4)^2(2x-1)}{3x^2}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を求めよ。

(2) 関数 $g(x)$ を

$$g(x) = f(x) - \left(\frac{2}{3}x + 5 \right)$$

で定める。このとき, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ および, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ を求めよ。

(3) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

Summer Study III

オンライン数学 テキスト§3

1

関数 $f(x) = x + \sqrt{16 - x^2}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の定義域を求めよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (3) $y = f(x)$ のグラフをかけ。

2

関数

$$f(x) = e^{-x} \sin x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

のグラフをかけ。

Summer Study III

オンライン数学 テキスト§4

1

次の定積分・不定積分を求めよ。なお、積分定数は C とする。

(1) $\int_0^1 x \log(x+1) dx$

(2) $\int x e^x dx$

(3) $\int x^2 \sin x dx$

2

次の定積分を求めよ。

$$(1) \int_0^1 x e^{x^2} dx$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\log(\sin x)}{\tan x} dx$$

3

次の定積分を求めよ。

$$(1) \int_0^4 \sqrt{4x - x^2} dx$$

$$(2) \int_1^4 \frac{x+1}{x^2 - 2x + 4} dx$$

Summer Study III

オンライン数学 テキスト§5

1

複素数 z は $z^7 = 1$ かつ $z \neq 1$ を満たす。

z の偏角を θ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6$ の値を求めよ。
- (2) $\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta + \sin 6\theta$ の値を求めよ。
- (3) $\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta$ の値を求めよ。

2

複素数平面上に三角形 ABC があり, 3 点 $A(z_1)$, $B(z_2)$, $C(z_3)$ が

$$\frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} (\sqrt{3} + i)$$

を満たすとする。ただし, i は虚数単位とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) $\angle A$ の大きさを求めよ。
- (2) $\left(\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}\right)^6$ を求めよ。
- (3) $\angle C$ の大きさを求めよ。

3

次の問いに答えよ。

- (1) $z + \frac{1}{z}$ が実数となるような複素数 z が表す複素数平面上の点全体は、どのような図形を表すか。
- (2) $z + \frac{1}{z}$ が実数となる複素数 z と、 $\left| w - \left(\frac{8}{3} + 2i \right) \right| = \frac{2}{3}$ を満たす複素数 w について $|z - w|$ の最小値を求めよ。